

أثر وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال في تنمية مهارات
التفكير الإبداعي لدى طلاب المرحلة الثانوية

The Effect of Fractals Geometry on Improving Creative
Skills of Thinking of Secondary Grade Students

د. عبدالله عباس مهدي المحرزي⁽¹⁾

أ. إبراهيم محمد قناف المعافى⁽²⁾

(١) كلية التربية جامعة صنعاء. اليمن

(٢) وزارة التربية والتعليم. صنعاء. اليمن



جامعة الأندلس
للعلوم والتقنية

Alandalus University For Science & Technology

(AUST)

أثر وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال في تنمية مهارات التفكير الإبداعي لدى طلاب المرحلة الثانوية

ملخص الدراسة :

السؤال مع أبعاد المقياس ما بين (0.75 – 0.82) بدلالة إحصائية عند مستوى اقل من (0.01) عُولجت البيانات باستخدام حزمة SPSS، بتطبيق اختبار t-test لعينتين مترابطتين، وتحليل التباين للقياسات المتكررة. وأسفرت نتائج الدراسة على فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية التفكير الإبداعي لدى طلاب الصف الثاني الثانوي وان الوحدة المقترحة ساهمت في تنمية مهارات الطلاقة بمعدل أعلى من مهارة المرونة، في حين كان النمو المهاري الأصالة والمرونة بالمعدل نفسه.

هدفت هذه الدراسة إلى إعداد وتنظيم وحدة في هندسة الفراكتال (Fractal Geometry)، ومعرفة أثرها في تنمية مهارات التفكير الإبداعي لدى طلبة الصف الثاني الثانوي. تكونت عينة الدراسة من (34) طالباً وطالبة من طلبة الصف الثاني الثانوي بمحافظة صنعاء وتم استخدام المنهج التجريبي، تصميم المجموعة الواحدة ذات التطبيق القبلي والبعدي. ولغرض جمع البيانات استخدام اختبار جاهز للتفكير الإبداعي بعد تكييفه على البيئة اليمنية والتحقق من خصائصه القياسية حيث بلغ معامل ثباته (0.87) وتراوحت معاملات ارتباط

Abstract :

The current study aims at preparing and organizing a unit on Fractal Geometry to recognize its effects on the improvement of second secondary grade students' skills of creative thinking.

The study involved (34) male and female second secondary students selected randomly as a sample from the study population (Sana'a Province). The empirical method was followed that the subjects were divided to be given pretest and posttest. A ready-made test of creative thinking was implemented after its suitability to the Yemeni environment has been checked & its measuring properties has been verified too. The test consistency value was (0.92) while

the correlation value of the question with the scale dimensions was between (0.69 and 0.92). Data was computed using the software SPSS that Two-ways Test of similar samples and Variance Scale of frequent measurements were used to present the obtained results.

The results of the study have proven that the suggested unit of Fractal Geometry has an effect on developing the creative thinking skills of the second secondary grade students that the suggested unit helped in improving the fluency skill to make it greater than flexibility skill. However, authenticity and flexibility skills received equal values of improvement.

المقدمة:

تؤكد التربية الحديثة أهمية التفكير، وتنميته من خلال تدريب الطلاب على ذلك وتهيئة مواقف يمارسوا من خلالها مهارات حل المشكلات؛ ليصبحوا قادرين على مواجهة متطلبات حياتهم الواقعية.

إن تنمية التفكير يعد أحد أهم أهداف تعليم الرياضيات المدرسية حيث ينظر إلى الرياضيات على أنها محتواً خصباً لتنمية التفكير بكل أنواعه؛ لما تتميز به من مضامين تساعد على فتح الذهن وتوليد الأفكار وتنمية القدرة على التخيل والإبداع وتقديم البراهين والأدلة على العلاقات بين المفاهيم والمبادئ الرياضية بطريقة سليمة؛ ولذلك يحتل تدريس الرياضيات موقعا متميزا في البرامج الدراسية المختلفة، الأمر الذي دفع التربويين إلى تطوير محتواها وأساليب تدريسها تحقيقا لذلك الدور المناط بها، وبما يتماشى مع التطور الحادث في علم الرياضيات.

ولقد شهدت الرياضيات خلال القعود الثلاثة الأخيرة تطورات كبيرة ومتسارعة والتي كان منها ظهور هندسة الفراكتال (الهندسة الكسورية) (صقر، ٢٠١٢) والتي يشير البعض إلى ان ماندلبروت (Mandelbrot) يعد مؤسسها، فبتحديد ماندلبروت لأهم خصائصها فإن مصطلحا مثل "الهندسة الماندلية" (Mandelbrot Geometry) يمكن قبوله للإشارة إلى هندسة الفراكتال، على اعتبار أن الهندسة الماندلية تتعامل وفقا لخصائص فريدة قدمها ماندلبروت في كتابه Fractal Geometry Of Nature وذلك عام ١٩٨٢ (Newton,2008).

وأصبحت هندسة الفراكتال جزءاً من الرياضيات، وهي بالإضافة إلى تقديمها إمكانية تكوين الأشكال والصور بشكل جذاب وجميل، فإنها أيضا تسمى بهندسة الطبيعة لارتباطها بالظواهر الطبيعية كنمو الخلايا أو نمذجة الأشياء مثل النباتات وغيرها، حيث إنها ظهرت نتيجة لارتباط الرياضيات بالطبيعة والفن معا (نمر، ٢٠٠٦).

ولهندسة الفركتال العديد من التطبيقات في العلوم والفنون المختلفة فهي تستخدم كأداة لوصف انبعاث الأرض، إلى جانب استخداماتها في الإنتاج السينمائي والتلفزيوني لعمل مناظر طبيعية افتراضية خيالية كخلفية لأفلام الخيال العلمي، والقصص

الخيالية، كما يمكن استخدام خصائصها في عمل لوحات وزخارف فنية ومقطوعات موسيقية رائعة، فضلا عن تطبيقاتها في هندسة الاتصالات وفي علوم الأرصاد الجوية والاقتصاد وعلوم الزلازل والفيزياء الأرضية والأحياء وغيرها من العلوم (خضر، ٢٠٠٤). أما من وجهة نظر المهتمين بالرياضيات التربوية فإن هندسة الفركتال تفجر طاقات الإبداع عند المتعلمين؛ لذلك فإن إدخال هذه الهندسة ضمن الرياضيات المدرسية يساهم في تنمية التفكير الإبداعي لدى المتعلمين ويجعل الرياضيات المدرسية أكثر حداثة ويحسن نظرة الطالب حول طبيعة الرياضيات للرياضيات ومن ثم تحسين مستوى التحصيل المدرسي للطلاب (Naylor, 1999).

إن ارتباط الرياضيات بالطبيعة يجعلها مألوفة واقعية قريبة من تفكير المتعلم ويستشعر جمالها في ذهنه وفي الطبيعة من حوله، وعندما ترتبط الرياضيات بالفن فهذا يزيد دراستها متعة ويجعلها قريبة من وجدان المتعلم وتستثير شجونه وإبداعاته، وتعد هندسة الفراكتال مثالا لتناغم الرياضيات مع الطبيعة والفن (خضر، ٢٠٠٤).

وتتبلور أهمية هندسة الفراكتال في كونها تستثير التفكير الإبداعي والاستقصاء عند المتعلمين من خلال فحص وتحليل مكونات الأشكال الفراكتالية، ومن خلالها يمكن مزج الفنون مع الرياضيات؛ فتتحول المعادلات من مجرد أرقام ورموز إلى أشكال ورسومات وزخارف بديعة، كما أنها تظهر الطالب المكتشف من خلال ربطه الدائم للأشكال في الطبيعة بالخصائص الرياضية لهندسة الفراكتال، هذا فضلا على التعرف على تطبيقاتها في المجالات الحياتية وفي الطبيعة فهي تقدم حلا بسيطا للتوصل إلى التفاصيل الدقيقة للأشياء الكبيرة مثل السحب التي يمكن قياس حدودها وكذلك المناظر الطبيعية، كما أنها تفيد في رسم الأشياء الطبيعية الواقعية على شاشات الحاسوب، ويمكن من خلال خواصها وصف الظواهر الجوية، وموضوعات ترتبط بالبيئة والفلك (السيد، ٢٠٠١؛ البنا، ٢٠٠٧؛ علي، ٢٠٠٨).

وقد أجريت العديد من الدراسات لبحث أثر تضمين هندسة الفراكتال في المناهج التعليمية على مكتسبات المتعلمين سواء في التعليم العام أو التعليم الجامعي، ومن تلك الدراسات دراسة السيد (٢٠٠١) ودراسة البنا (٢٠٠٧) ودراسة علي (٢٠٠٨) ودراسة الغانمي (٢٠١٠) ودراسة (Vacc, 1992) ودراسة (Langille, 1997). وأظهرت نتائجها

أن لتدريس هندسة الفراكتال أثراً إيجابياً في المجال المعرفي المتمثل في التحصيل والتفكير، وكذا في المجال الانفعالي المتمثل بالاتجاهات نحو هندسة الفراكتال والدافعية نحو تعلمها. وقد أوصت معظم تلك الدراسات بضرورة تضمين مناهج الرياضيات المدرسية على موضوعات هندسة الفراكتال.

وبناء على ما تقدم ونظراً لما تتمتع به هندسة الفراكتال من خصائص تبرز جمال طبيعة الرياضيات وارتباطها بالواقع، فإنه يمكن أن يكون لها دور في تحسين التفكير الإبداعي لدى المتعلمين. فضلاً عن دورها في تنمية إحساس الطلبة بالطبيعة وإدراكهم لجمال الأشكال الهندسية.

وعلى الرغم من النتائج المشجعة للدراسات السابقة المتعلقة بالمرودود الإيجابي من تضمين هندسة الفراكتال في الرياضيات المدرسية، إلا أن الحاجة ما زالت قائمة إلى إجراء مزيد من الدراسات في هذا المجال، وذلك تدعيماً وإثراءً لنتائج الدراسات التي سارت في هذا المنحى، ولتسليط الضوء على أهمية هندسة الفراكتال وأثرها في تنمية التفكير الإبداعي لدى المتعلمين، وتأسيساً على ذلك جاءت هذه الدراسة التي تحاول أن تصيغ وحدة في هندسة الفراكتال ودراسة أثرها في تنمية التفكير الإبداعي لدى طلاب المرحلة الثانوية، وذلك في إطار واقع التعليم في اليمن .

مشكلة الدراسة: تحددت مشكلة الدراسة بالسؤال التالي:

١. ما صورة وحدة مقترحة لهندسة الفراكتال لطلبة الصف الثاني الثانوي ؟
٢. ما أثر تدريس الوحدة المقترحة في تنمية مهارات التفكير الإبداعي لدى طلاب الصف الثاني الثانوي؟

فرضيات الدراسة :

١. توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) بين أداء أفراد المجموعة التجريبية في اختبار التفكير الإبداعي في تطبيقه قبلياً وبعدياً، وفي كل مهارة من مهاراته المدروسة: الطلاقة، المرونة، الأصالة. ولصالح التطبيق البعدي.
٢. يتحقق حجم تأثير تربوي لاستخدام الوحدة المقترحة على التفكير الإبداعي لدى طلاب عينة الدراسة.

٣. تنمي الوحدة المقترحة كل مهارة من مهارات التفكير الإبداعي المدروسة (الطلاقة، المرونة، الأصالة) بالمعدل نفسه لدى طلاب عينة الدراسة.

أهمية الدراسة: تتمثل أهمية الدراسة عامة في تطرقها لفرع حديث من فروع الرياضيات لم يسبق تدريسه في اليمن وما زال في طور التجريب في كثير من الدول؛ ويمكن تفصيل هذه الأهمية على النحو الآتي:

١. تقديم وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال لطلبة الصف الثاني الثانوي.
٢. تحقيق بعض أهداف تدريس الرياضيات، ومنها تنمية مهارات التفكير الإبداعي.
٣. إبراز الجانب الجمالي للرياضيات، من خلال عرض بعض الأشكال الجمالية الفراكتالية في الطبيعة والمرتبطة بهندسة الفراكتال.
٤. تعد هذه الدراسة إضافة للأدبيات التربوية في مجال هندسة الفراكتال بم تقدمه من إطار نظري حول هذا المجال.

حدود الدراسة: اقتصرت الدراسة الحالية على :

- طلاب الصف الثاني الثانوي - علمي - بمحافظة صنعاء.
- بعض مهارات التفكير الإبداعي متمثلة في: الطلاقة - المرونة - الأصالة.

مصطلحات الدراسة :

- **الفراكتال (Fractal):** يعرف ماندلبروت الفراكتال بأنه "الشكل الهندسي (الخشن أو ذو الانكسارات) الذي يمكن تقسيمه إلى أجزاء كل منها (على الأقل تقريباً) هو تصغير للشكل لعدد من المقاييس" (Edger,2008,p23).
- كما عرفت البنا (٢٠٠٧، ص ١٨٩) الفراكتال أنه "شكل هندسي غير منتظم ينتج من تكرار عملية معينة تسمى المولد، ويمكن تقسيمه إلى عدد لا نهائي من الأجزاء المتشابهة ذاتياً بمقاييس مختلفة حيث كل جزء هو صورة مصغرة من الشكل الأصلي".
- **هندسة الفراكتال:** يعرف ماندلبروت هندسة الفراكتال بأنها: دراسة منظمة تهتم بدراسة الأشكال غير المنتظمة المتواجدة في العالم الحقيقي أو في الرياضيات،

وهي توضح أن كل جزء صغير في الشكل يشبه كثيراً الكل كنسخة مصغرة منه. (Mandelbrot & Frame, 2003, p13).

ويعرفها السيد (٢٠٠٥، ص ٣٣٠) أنها "تلك التراكيب الهندسية في الأشياء الطبيعية، وهذه التراكيب لها خصائص تميزها عن غيرها من الأبعاد الهندسية، وهي بذلك ترتبط ببحث الكسريات الصغيرة المكونة لتلك الأشياء في الطبيعة".

• مهارات التفكير الإبداعي: عرفها هلال (١٩٩٧، ص أ) بأنها: "عملية تقود إلى ابتكار حلول جديدة للأدوات أو الأفكار والمناهج المكونة لأي مشكلة، وناتج العملية الإبداعية يمثل قيمة مرتفعة هامة بالنسبة للمجتمع".

ويعرفها جراون (١٩٩٩، ص ٣٥) بأنها: "عمليات محددة نمارسها ونستخدمها عن قصد في معالجة المعلومات وأهم مهارات التفكير الإبداعي (الطلاقة، المرونة، الأصالة، الإفاضة)".

خلفية الدراسة :

أولاً: هندسة الفراكتال تعد هندسة الفراكتال أحد فروع الرياضيات، وهي تختص بدراسة سلوك وخصائص الأشكال غير المنتظمة بصورة أساسية، وهي هندسة الطبيعة من حيث إنها تصف كثير من مظاهر الطبيعة من جبال وسحب وأشجار وغيرها، وهذا العلم برز في منتصف السبعينيات من القرن العشرين وتبلورت معاملة في الثمانينيات، وبدأ تضمين هندسة الفراكتال في المناهج التعليمية في أواخر التسعينيات من القرن نفسه (النفيش، ٢٠١٢، ٢٤).

مفهوم الفراكتال : عرف ماندلبرت Mandelbrot الفراكتال بأنه الشكل الذي بعده أكبر من البعد التبولجي، وبعد أن ظهر قصور هذا التعريف لعدم قدرته على استيعاب عدداً من الأشكال الفراكتالية ذات البعد التبولجي مثل منحنى بينو peano ظهر تعريف جديد للفراكتال بأنه شكل يتكون من أجزاء مشابه للشكل الأصلي (Rouvray, 1996, 83) إلا أن هذه التعريف يستبعد بعض الأشكال الفراكتالية مثل اللولب اللوغاريتمي الذي يمتلك هذه الخاصية بصورة مختلفة، وهناك من عرف الفراكتال بأنه شكل خشن يحتوى على عدد من المقاييس المختلفة وليس مقياس واحد (Liebovitch, 1998, 7)، وهذا التعريف أيضاً يستبعد أشكالاً فراكتالية مثل اللولب اللوغاريتمي؛ ومن هنا فإنه لم يتم التوصل إلى تعريف جامع مانع لمفهوم الفراكتال، والأمر يحتاج إلى مزيد من البحث للوصول إلى تعريف جامع لوصف الأشكال الفراكتالية.

نشأة هندسة الفراكتال : تمتد جذور نشأة هندسة الفراكتال إلى القرن السابع عشر على يد العالم الرياضي ليبنز (Leibniz) الذي ابتكر فكرة التشابه الذاتي التكراري، وذلك من خلال تعريفه للخط المستقيم على أنه منحنى وأي جزء من هذا المنحنى يشبه المنحنى ككل، وتتالت الأفكار المتصلة بالتشابه الذاتي فيما قدمه العلماء في ذلك أمثال كانتور (1870) Canto وبينو (1890) Peano وكوش Koch (1904) وجوليا (1918) Julia وغيرهم، وصولاً إلى ظهور هندسة الفراكتال على يد ماندلبروت (Mandelbrot) وذلك في عام ١٩٧٥ (النفيش، ٢٠١٢، ٢٤).

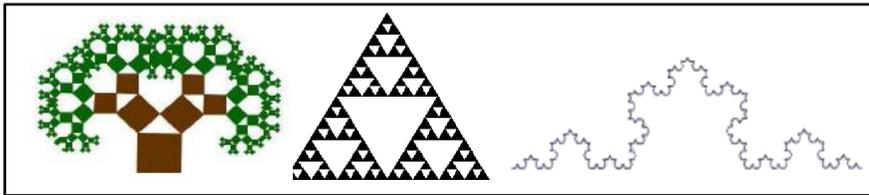
فبينما كان ماندلبروت (Mandelbrot) يجلس على شاطئ إنجلترا جذب اهتمامه تعرجات الشاطئ وتضاريسه الصخرية المتباينة، هذا المنظر البديع للشاطئ المتعرج أثار مشكلة في خاطره: ما هو طول الشاطئ؟ إن شكل الشاطئ المتعرج ذكره بالأشكال المتشابهة ذاتيا (Self-Similarity). ومن خلال بحثه في الأشكال المتشابهة ذاتيا بالإفادة من أفكار من سبقه في هذا المجال وصل إلى هندسة جديدة أطلق عليها هندسة الفركتال، وهي مشتقة من كلمة "Fractus" وهي كلمة لاتينية تعني يكسر break؛ ولذا فإن البعض يترجمون هندسة الفراكتال بهندسة الكسوريات أو هندسة الفتافيت. (خضر، ٢٠٠٤، ص ٤٧ - ٤٩)

خصائص هندسة الفراكتال: يشير علي (٢٠٠٨، ص ٦٨) إلى أن هندسة الفراكتال تتميز بخصائص أساسية تعطى لها ذلك التركيب الفريد بين فروع الهندسات الأخرى، ومن هذه الخصائص:

الخاصية الأولى: التشابه الذاتي Self – Similarity :

هي خاصية أساسية تعنى أن الشكل يتكون من أجزاء متشابهة، وكل جزء هو نسخة مماثلة للشكل الكلي، ويتم الحصول على الأجزاء المصغرة عن طريق تطبيق عامل تقييس محدد على الشكل الكلي (Kaur, 2000)، وهناك ثلاثة أنواع من التشابه الذاتي (خضر، ٢٠٠٤، ٥٩ : النفيش، ٢٠١٢، ٢٥ - ٢٦):

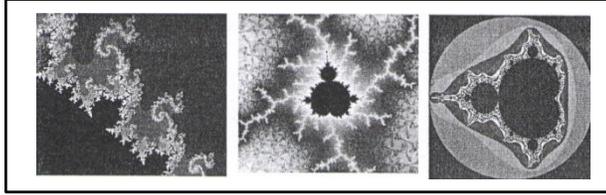
i. تشابه ذاتي مضبوط: وهو أقوى أنواع التشابه الذاتي، ويعني عند تقسيم الشكل الكلي إلى أجزاء اصغر فإنها تتشابه تماما مع الشكل الكلي، ومن أمثلتها منحنى كوش، ومثلث سيربينسكي، وأشجار فيثاغورث.



شكل (١) نماذج للتشابه الذاتي المنتظم

ii. تشابه ذاتي ظاهري: وفيه تبدو الأشكال متطابقة إلى حد ما على مقاييس تكبير مختلفة بحيث تحتوى الأشكال على تراكيب عبارة عن نسخ مصغرة مشوهة للشكل

الكلي، وهذا غالبا ما يكون في الأشكال المولدة بطريقة الدوال التكرارية مرحليا مثل مجموعة ماندلبروت.



شكل (٢) نماذج للتشابه الذاتي الظاهري

iii. تشابه ذاتي إحصائي (طبيعي): وهو من أضعف أنواع التشابه الذاتي، وفيه تبدو الأجزاء المكونة للشكل الكلي متشابهة معه بإغفال بعض الملامح، وهذا يكون في الأشكال الطبيعية واللوحات الفنية وغيرها.



شكل (٣) نماذج للتشابه الذاتي الإحصائي (الطبيعي)

الخاصية الثانية: التكرار (Iteration) :

الأشكال الفراكتالية تنتج من تكرار إجراء أو قاعدة عدة مرات، ويستخدم ناتج أو مخرجات كل تكرار كمدخلات في التكرار التالي فينتج عن هذه التكرارات الشكل الفراكتالي المعقد. ويمكن تنفيذ العديد من التكرارات الهندسية لأنواع وأشكال هندسية متعددة لتوضح أنماط وتراكيب هندسية ذات أبعاد رياضية جمالية، والتكرارات الهندسية تؤسس أفكاراً متنوعة لإنشاء أشكال هندسية فراكتالية مختلفة.

وقبل الحديث عن الخاصية الثالثة سيتم تعريف المولد، يعرف المولد بأنه: أساس بناء شكل الفراكتال بواسطة عملية تكرارية تستبدل فيها كل قطعة من قطع المولد بنسخة مصغرة منه (Baron&Pointe,1995,171).

الخاصية الثالثة: البعد الفراكتالي (DimensionFractal):

إن المفهوم التقليدي لبعد الشكل الهندسي هو أن يكون عددا صحيحا؛ فالنقطة ترسم في البعد الصفري أي ليس لها بعد، والخطوط المستقيمة لها بعد واحد، بينما ترسم الأشكال الهندسية المستوية في بعدين، وكذلك الأشكال الفراغية (الكرة، الأسطوانة، ..) ترسم في ثلاثة أبعاد، فالبعد يتعلق بالمقدار من الفضاء الذي يوافقه. إن البعد الفراكتالي بشكل عام ليس عدداً ولا قيمة عددية محددة، ومنحنى الفراكتال يعد أحد الأبعاد للأشياء في المستوى الذي له بعدان بين ١، ٢ بالمثل كما السطح الفراكتالي له بعدان يقع بين ٢، ٣ فالقيمة تعتمد علي كيفية إنشاء الفراكتال (السيد، ٢٠٠٤، ص١٢).

وهناك أساليب لإيجاد البعد الفراكتالي منها (Hartvigsen,2000,pp666-668) (خضر، ٢٠٠٤):

أ- الطريقة التحليلية:

وتعتمد هذه الطريقة على العد لمكونات المولد الذي يولد الفراكتال، حيث نوجد

$$D = \frac{\text{Log}N(\epsilon)}{\text{Log}(\epsilon)^{-1}} - \text{ وفق القاعدة التالية:}$$

حيث $N(\epsilon)$: عدد القطعة المستقيمة التي طول كل منها ϵ للمولد.

ϵ : طول القطعة المستقيمة الصغيرة الجزئية التي تقسم بها القطعة المستقيمة الأصلية.

ب- طريقة المسطرة:

وهي أكثر دقة من الطريقة السابقة، وقد استخدمها ماندلبروت لإيجاد البعد الفراكتالي للشاطئ الإنجليزي، وتتم هذه الطريقة عن طريق قياس الشكل بمسطرة (تمثل قطعة مستقيمة ϵ) عن طريق عددها الذي يغطي الشكل $N(\epsilon)$ ، ومن التمثيل البياني ينتج شكل يمكن من خلاله التوصل إلى المستقيم المناسب لهذه البيانات.

ت- طريقة الشبكة التربيعية:

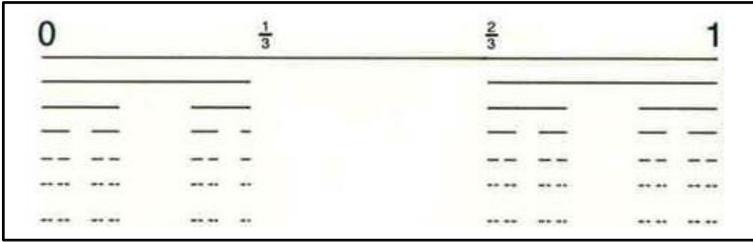
وهي طريقة تستخدم أكثر في التطبيقات العملية، وهي تعتمد على عدد الخلايا التي تغطي الفراكتال $N(\epsilon)$ ، والخلايا عبارة عن مربعات لشبكة تربيعية طول كل منها ϵ .

ومن خواص منحنيات الفراكتال أيضاً أنها قابلة للتوسع *Infinite Scalability* معلوم أن المنحنيات الناعمة كيانات أحادية البعد ذات أطوال معرفة بين نقطتين لا أكثر. ولكن المنحنيات الكسورية تحتوي على تفاصيل لا حصر لها للنقاط الموجودة على حدودها، لذلك لا يمكن قياس طول هذه المنحنيات فكلما أقترب منها أكثر تبدو أطول وأطول (Kaur,2000).

نماذج لبعض الفراكتالات :

فيما يأتي نماذج لبعض الفراكتالات (صبري، ٢٠١٢؛ النفيس، ٢٠١٢):

مجموع كانتور Cantor: نشر كانتور مجموعته عام ١٨٨٣ وهي تتكون عن طريق تقسيم قطعة مستقيمة إلى ثلاثة أجزاء متساوية واستبعاد الثلث الأوسط في كل تكرار مرحلي (صبري، ٢٠١٢) كما في الشكل (٤)



وهناك أشكال فراكتالية أخرى تتولد من هذه الفكرة، وذلك عن طريق استبدال القطعة المستقيمة بمستطيل أو مربع.

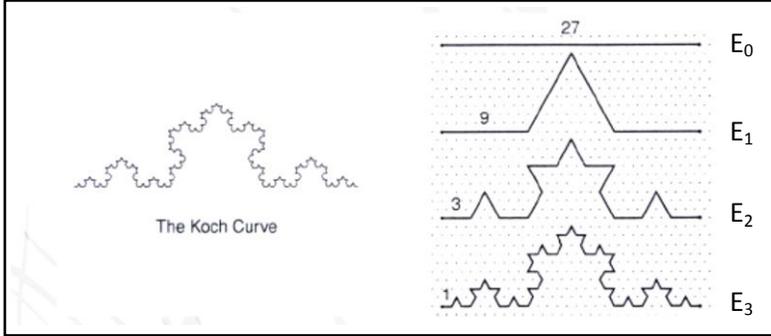
منحنى كوش (Koch):

قدم الرياضي كوش عام ١٩٠٤ ما عرف فيما بعد باسم منحنى كوش هذا المنحنى يشمل على العديد من التراكيب التي تشبه أشكال في الطبيعة مثل ساحل بحري، وخطوات الحصول على هذا المنحنى هي :

– يُرسم مستقيم وليكن E_0 ويقسم إلى ثلاث قطع متساوية، يستبدل الثلث الأوسط من القطعة E_0 بضلعي مثلث متساوي الأضلاع للحصول على E_1 المتكون من أربع قطع طول كل قطعة ثلث الطول الكلي، ويسمى الشكل E_1 بمولد المنحنى.

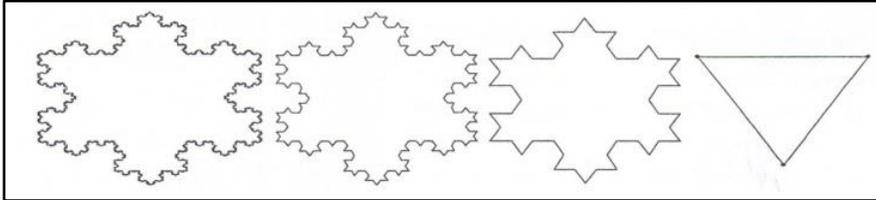
– يتكرر بناء المولد على كل قطعة من القطع الأربع في الشكل E_1 للحصول على الشكل E_2 .

– يتكرر بناء المولد بالنسبة لبقية الخطوات وبنفس القياس المستخدم بالتقطيع.



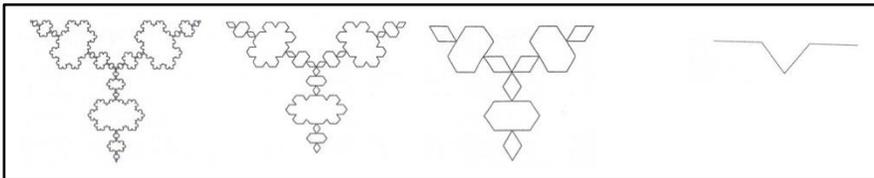
شكل (٥) مراحل تكوين منحنى كوش على قطعة مستقيمة

وعند تطبيق مولد منحنى كوش على أضلاع مثلث متساوي الأضلاع ينتج فراكتالات أخرى:



شكل (٦) مراحل تكوين منحنى كوش على مثلث متساوي الأضلاع

وعند استخدام المولد العكسي على مثلث متساوي الأضلاع ينتج الفراكتال الآتي:



شكل (٧) مراحل تكوين منحنى كوش العكسي على مثلث متساوي الأضلاع

مجموعة سيربينسكي Sierpinski :

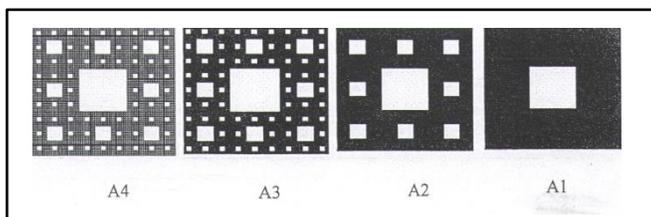
قدم سيربينسكي عام ١٩١٦ أشكالاً ذات خصائص فريدة، وهي مثلث سيربينسكي وبساط سيربينسكي وهرم سيربينسكي، وهي تتكون كالاتي:

بساط سيربينسكي Sierpinski Carpet: خطوات إنشاء بساط سيربينسكي:

- يُرسم مربع ويُقسم إلى تسعة مربعات متطابقة ويستبعد المربع الأوسط كما في الخطوة A_1

- تكرر العملية السابقة مع المربعات الثمانية المتبقية كما في الخطوة A_2

- تكرر العملية نفسها عدد من المرات للوصول إلى شكل بساط سيربينسكي.



شكل (٨) مراحل تكوين بساط سيربينسكي

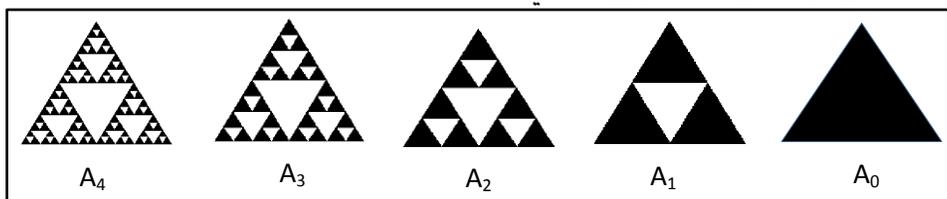
مثلث سيربينسكي Sierpinski Triangle :

خطوات إنشاء مثلث سيربينسكي:

- رسم مثلث متساوي الأضلاع، وتقسيمه إلى أربعة مثلثات متطابقة، ثم يُستبعد (أو يظل) المثلث الأوسط الخطوة A_2 .

- تكرر نفس العملية السابقة على المثلثات الثلاثة الباقية.

- وهكذا تكرر نفس العملية على المثلثات الناتجة ما لا نهاية من المرات فنحصل على فراكتال مثلث سيربينسكي.

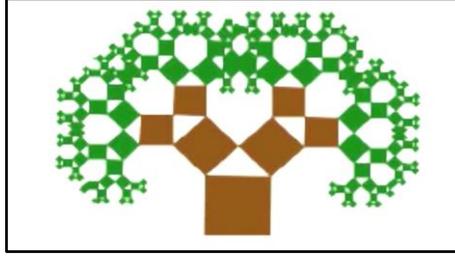


شكل (٩) مثلث سيربينسكي

أشجار فيثاغورث:

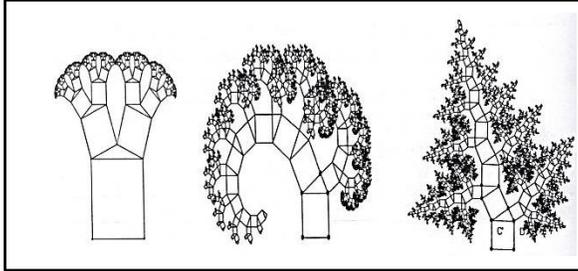
تندشأ أشجار فيثاغورث وفق الخطوات الآتية:

- رسم مربع، يرسم عليه مثلث قائم، وتره هو ضلع المربع.
- رسم مربعين على ضلعي قائمة المثلث.
- وهكذا تكرر الخطوات السابقة إلى ما لا نهاية لبناء أشجار فيثاغورث.



شكل(١١) شجرة فيثاغورث المتماثلة

ومن خلال تغيير قيم الزاويتين الحادتين في المثلث يمكن الحصول على أشكال مختلفة لشجرة فيثاغورث.



الشكل(١٢) أشكال من شجرة فيثاغورث

تطبيقات هندسة الفراكتال:

يشير على (٢٠٠٨، ص٧٣) إلى أن هندسة الفراكتال لها تطبيقات مختلفة في العديد من مجالات الدراسة، وهذا في تزايد مستمر، فكل شيء يتضمن تشابهاً ذاتياً - تكبيراً أو تصغيراً - يمكن نمذجته ودراسته من خلال الفراكتال بشكل أفضل من أي نماذج أخرى. فيما يلي أمثلة على تطبيقات هندسة الفراكتال في بعض العلوم :

أ- الطب:

يشير كلٌّ من ديفز وآخرين (Davis & et al,2000, pp836-838) والبنا (٢٠٠٧)، ص٢٤ - ص٢٠٦) إلى أن استخدام هندسة الفراكتال ساعد العلماء في التغلب على صعوبات كانت تواجههم عند دراسة التغيرات التي تحدث في الخلايا والأنسجة، وذلك بالمقارنة بين التغيرات الطبيعية والمرضية داخل الخلايا والأنسجة.

ب- التكنولوجيا:

أشارت دراستا باول (Paul، 2003) إلى أن الفراكتالات تتميز بالعديد من التطبيقات في مجال التكنولوجيا، ومن أهمها صناعة الإريال؛ فيمكن تشكيل الإريال على شكل مجموعة من الأريال الصغيرة المنظمة بطريقة تجمع بين النظام والعشوائية، وهذه الخاصية تتوافر في أشكال فراكتالات.

ج- الترفيه:

يشير (Chen,2009,p82) إلى استخدام الهندسة الفراكتالية في صناعة الأفلام والمؤثرات المرئية، حيث يتم ضغط الصورة وتنفيذ الصورة على شكل دالة تكرارات مرحلية، ومن تطبيقات الهندسة الفراكتالية استخدام بعض الأشكال الفراكتالية المتولدة من بعض المعادلات الرياضية في توليد موسيقى وألحان جميلة.

نقد هندسة الفراكتال:

على الرغم من أن هندسة الفراكتال هي اللغة الوحيدة لدراسة الأشكال الخشنة، إلا أنها لقيت بعض الانتقادات كونها اعتمدت على التخمينات، وقد أثبت بعضها بعد عدد من السنوات ولا يزال البعض الآخر يفتر للإثبات. وهناك من يرى أن التقدم في هندسة الفراكتال يتوقف على إنشاء المزيد من الأساس النظري لها، كون العمل على الفراكتال لا يزال سطحيًا بعض الشيء (Rouvray,1996,85). وفي هذا السياق تشير خضر (٢٠٠٤، ٥٠) إلى أن هناك انتقادات أخرى مفادها أن هندسة الفراكتال كانت موجودة من قبل، وأن بعض نظرياتها أثبتت عام ١٩٢٠، وأن السبب في تلك الانتقادات يرجع إلى كون هندسة الفراكتال تطبيقية، وتعتمد على تقنيات الحاسوب لاستكشاف نظرياتها دون إثباتها بالبراهين الرياضية الصارمة.

ثانياً : التفكير الإبداعي

نال موضوع التفكير وتعليمه اهتمام الباحثين، وأولت المؤسسات التربوية عناية كبيرة بتنميته لمساعدة الفرد على مواجهة المشكلات التي تواجهه في حياته.
مفهوم التفكير:

يعرف بأنه: سلسلة من النشاطات العقلية التي يقوم بها الدماغ عندما يتعرض لمثير يتم استقباله عن طريق الحواس (جروان، ٢٠٠٢).

ويعرف بأنه: سلوك منظم مضبوط، له وسائله الخاصة في المستوى الرمزي، وله طرائقه في تقصي الحلول والحقائق في حالة عدم وجود حل جاهز لها (طه، ١٩٩٩، ٢٣٣).

ويعرف بأنه نشاط عقلي يولد وينشط بسبب وجود مشكلة، فشلت الأنماط السلوكية المعتادة في إيجاد حل لها (أبو حطب ومحمود، ١٩٩٦، ١٠٣).
مفهوم التفكير الإبداعي :

تعددت تعريفات المختصين في ميدان التربية وعلم النفس التي تناولت مفهوم التفكير الإبداعي، واختلف تعريف الإبداع من بحث إلى آخر وفقاً لمنطلقات الإبداع التي تناوله كل باحث، ومن أهمها: العملية الإبداعية، الإنتاج الإبداعي، شخصية الإبداع، البيئة أو المناخ الاجتماعي للإبداع.

يطرح شواهين وآخرون (٢٠٠٩، ص ١٥) أنه لا يوجد في الواقع تعريف محدد جامع لمفهوم الإبداع، وقد عرفه كثير من الباحثين الأجانب والعرب على حد سواء بتعريفات مختلفة ومتباينة. وهذا الاختلاف جعل البعض ينظر إلى الإبداع على أنه عملية عقلية، أو نتاج ملموس، ومنهم من يعده مظهراً من مظاهر الشخصية مرتبط بالبيئة.

وعرفة تورانس بأنه عملية إدراك الثغرات وحالة عدم التوازن والاختلال في المعلومات والعناصر المفقودة، والبحث عن مؤشرات في الموقف وفيما الفرد من معلومات، ووضع الفروض التي تعطي حلولاً جديدة وأصيلة لمشكلات الفرد (Torrance, 1972, p.27).
ويعرفه جيلفورد بأنه تفكير في نظام ونسق مفتوح ويتميز بإنتاج يتسم بصورة خاصة بتنوع الإجابات المنتجة والتي لا تحددها المعلومات المعطاة (رمل، ٢٠١٠، ٥٣).

أما المفتي (١٩٩٥، ٢٠٤) فينظر إلى الإبداع على أنه عملية تتضمن مراحل متتابع تهدف إلى الوصول إلى حلول متعددة تتسم بالتنوع والجدة والأصالة. ويعرفه جروان (١٩٩٨، ٨٤) بأنه مجموعة من القدرات والاستعدادات والمواصفات الشخصية التي تعمل في بيئة مناسبة، للتوصل إلى نتائج أصيلة وجديدة على خبرات الفرد أو الجماعة في أحد ميادين الحياة الإنسانية. نجد من التعريفات السابقة أنها تلتقي في الإطار العام لمفهوم الإبداع على ما بينها من اختلاف.

العلاقة بين التفكير الإبداعي وبقية أنواع التفكير :

هناك من يرى أن الذي يميز التفكير الإبداعي عن حل المشكلات هو نوع المشكلة، فأينما وجدت مشكلة جديدة فإن حلها يتطلب درجة من التفكير الإبداعي (عبد الغفار، ١٩٩٧، ٦٥).

وذهب آخرون إلى أن الإبداع وحل المشكلة يشكلان في الأساس ظاهرة واحدة، فينظرون إلى الإبداع على أنه القدرة على حل المشكلات، فالإبداع وحل المشكلات وجهان لعملة واحدة، فالعملية الإبداعية لا تختلف عن حل المشكلات إلا في عدد خطوات التنفيذ، فيكون الهدف واضحاً في المشكلة، أما في العملية الإبداعية فليس هناك هدف واضح بحسب رأيهم (عيسى، ١٩٩٣، ٢٥٠). لكن هناك من ينظر إلى أن حل المشكلات أكثر اتساعاً وشمولاً من التفكير الإبداعي؛ فحل المشكلات يتطلب في الغالب جميع أنواع التفكير، وخاصة التفكير الإبداعي والتفكير الناقد (الحارثي، ١٩٩٩، ١٥٢).

وفي حين أن التفكير الإبداعي يتصف بإنتاج الأفكار والحلول الجديدة والمتنوعة والأصيلة، يوصف التفكير الناقد بأنه التفكير الذي يستخدم مهارات وعمليات التفكير المنطقي واستخلاص النتائج والتفسيرات في معاني خاصة (حبيب، ١٩٩٦، ٤٣)، وفي هذا السياق يشير جروان (١٩٩٩، ٨٢) إلى أن التفكير الناقد محكوم بضوابط المنطق، ويمكن التنبؤ بنتائجه، فهو تفكير تقاربي ويعمل وفق قواعد ثابتة،

أما التفكير الإبداعي فهو تفكير تباعدي، ولا يلتزم بالقواعد المنطقية، ولا يمكن التنبؤ بنتائجه.

أما عن العلاقة بين التفكير الإبداعي والاستدلالي فينظر إليهما أنهما متمازجان ومتشابهان من ناحية إدراك العلاقات، إلا أن الاستدلال يكشف عن علاقات خافية لكنها موجودة من قبل، بينما في الإبداع ينتج علاقات لم تكن معروفة من قبل (رشوان، ٢٠٠٠، ١١).

ومن هنا يكمن القول أن أنواع التفكير تستخدم نفس المهارات والعمليات العقلية التي يعتمد عليها بشكل كلي أو جزئي كل نشاط تفكيري من مقارنة وتصنيف وتنظيم وتجريد وتعميم وتحليل وتركيب واستدلال وغيره، إلا أن التفكير الإبداعي يختلف عن أنواع التفكير الأخرى في أنه لا يتقيد بقواعد معينة في إجراءاته، فضلا عن أن نتائجه تتسم بالأصالة والجدة وتأتي من غير مثال سابق.

مهارات التفكير الإبداعي:

يشير الحيلة (٢٠٠٢، ص٤٨ - ص٤٩) وشواهين (٢٠٠٥، ص٢٤) إلى أن المراجعة لأكثر اختبارات التفكير الإبداعي شيوعا، وهي اختبارات تورنس (Torrance) واختبارات جيلفورد (Guilford)، تتضمن بضعة مهارات للتفكير الإبداعي حاول الباحثون قياسها، وهي:

الطلاقة:

تتضمن الطلاقة الجانب الكمي في الإبداع، وهي تعني القدرة على توليد عدد كبير من البدائل أو المترادفات أو الأفكار أو المشكلات أو الاستعمالات عند الاستجابة لمثير معين، وكذلك السرعة والسهولة في توليدها، وتتميز الأفكار المبدعة بملاءمتها لمقتضيات البيئة الواقعية.

المرونة:

تتضمن المرونة الجانب النوعي في الإبداع، ويقصد بها القدرة على توليد أفكار متنوعة ليست من نوع الأفكار المتوقعة عادة، وتوجيه أو تحويل مسار التفكير مع تغير

المثير أو متطلبات الموقف. والمرونة عكس الجمود الذهني، الذي يعني تبني أنماط ذهنية محددة سلفا، وغير قابلة للتغيير حسب ما تستدعي الحاجة.

الأصالة:

وهي هنا بمعنى القدرة على الجدة والتفرد، وعدم التقليد، فالأصالة تشير إلى قدرة التلميذ على إنتاج استجابات قليلة التكرار داخل المجموعة التي ينتمي إليها، أي أنه كلما قلت درجة شيوع الفكرة زادت أصالتها، وتعد الأصالة العامل المشترك بين معظم التعريفات التي تركز على النواتج الإبداعية كمحك للحكم على مستوى الإبداع، وهي أكثر الخصائص ارتباطا بالإبداع والتفكير الإبداعي.

ومن هنا يتضح أن الأصالة لا تشير إلى كمية الأفكار الإبداعية التي ينتجها الفرد، بل تعتمد على قيمة تلك الأفكار نوعيتها وجدتها، وهذا ما يميز الأصالة عن الطلاقة، كما أن الأصالة لا تشير إلى عدم تكرار الفرد لأفكاره وتصورات الشخصية عن الموضوع كما في المرونة بل تشير إلى عدم تكراره لأفكار الآخرين وهذا ما يميزها عن المرونة.

الإفاضة:

وتعني القدرة على إضافة تفاصيل جديدة ومتنوعة لفكرة أو حل مشكلة أو لوحة من شأنها أن تساعد على تطويرها وإغنائها وتنفيذها .

ومما سبق يمكن القول أن المهارات الأساسية المكونة للتفكير الإبداعي متداخلة فيما بينها، ولا يمكن الفصل بينها فكل واحدة تتطلب وجود الأخرى. وقد اقتصرَت الدراسة الحالية على قياس مهارات الطلاقة والمرونة والأصالة.

التفكير الإبداعي في الرياضيات :

يرى البعض أن الإبداع في الرياضيات هو عبارة عن اكتشاف نماذج رياضية جديدة وتكوين علاقات جديدة ومتميزة وذات معنى بين الأفكار الرياضية، وإمكانية التوصل إلى تطبيقات جديدة للأفكار الرياضية (Westcott, 1998, 361).

ويعرف هولاندس (Hollands) الإبداع الرياضي على أنه المرونة التي يظهرها الطالب عندما يستخدم مداخل رياضية متنوعة، أو عند اقتراحات طرق جديدة لحل

المشكلة الرياضية، أو عند تحسين أو تعديل الطرق القديمة، أو عند اقتراح أكبر عدد ممكن من الأفكار الرياضية في قضية ما أو مشكلة رياضية في وقت قصير، أو عند استخدام مداخل جديدة وغير مألوفة في التعامل مع المشكلات الرياضية (رمل، ٢٠١٠، ٥٥).

ويعرف السعيد (١٩٩٨، ٣٣) التفكير الإبداعي في الرياضيات بالقدرة على رؤية علاقات جديدة بين الأساليب المختلفة، ومجالاً لتطبيق الأساليب، وكذلك عمل ارتباطات بين الأفكار الرياضية التي قد تبدو للبعض عدم إمكانية وجود أي ارتباط بها.

وتعرف أبو عميرة (٢٠٠٢، ٢٦) التفكير الإبداعي في الرياضيات بأنه: إنتاج علاقات وحلول متعددة وجديدة ومتنوعة للمشكلات والتمارين الرياضية بشكل مستقل وغير معروف مسبقاً، بحيث تتجاوز الحلول النمطية في ضوء المعرفة والخبرات الرياضية، والتي تكون معبراً إلى القدرات الإبداعية، وشريطة ألا يكون هناك اتفاق مسبق على محكات الصواب والخطأ.

ومن خلال التعريفات السابقة فإن الوصول إلى مستوى الإبداع في الرياضيات يحدث إذا تمكن الدارس من المهارات الآتية:

- إعادة تنظيم المعلومات وتركيبها في صور جديدة
- اكتشاف علاقات جديدة بين أجزاء المشكلة أو الفكرة الرياضية.
- حل مشكلة بطرق جديدة غير مألوفة، أو حل المشكلة بأكثر من طريقة.
- اكتشاف تطبيقات جديدة للأفكار الرياضية.
- تقويم النتائج التي تم التوصل إليها، والكشف عن التناقضات والأخطاء المتضمنة في الأفكار أو حلول المشكلات الرياضية.

الدراسات السابقة:

لقد حظيت هندسة الفراكتال باهتمام الباحثين وأجريت حولها عدد من الدراسات وتقصى البعض منها تأثير تدريسها على نتائج التعلم المعرفية والوجدانية وفيما يأتي عرضا لبعض هذه الدراسات:

دراسة صبري (٢٠١٢)

هدفت الدراسة إلى تقصي فاعلية برنامج تدريبي في هندسة الفراكتال وتدريبه باستخدام السبورة التفاعلية في تنمية مهارات الحس المكاني لدى طلاب الدراسات العليا بكلية التربية، واختيرت عينة البحث من طلاب الدبلوم المهني في التربية تخصص مناهج وطرق تدريس الرياضيات بجامعة عين شمس، وكان عددهم (٣٢) طالب وطالبة. استخدم في الدراسة المنهج التجريبي تصميم المجموعة الواحدة ذات الاختبار القبلي والبعدي، أظهرت نتائج الدراسة أن البرنامج المقترح أسهم في تنمية الحس المكاني لدى عينة الدراسة؛ فقد ظهرت فروق معنوية بين الأداء القبلي والبعدي على اختبار الحس المكاني لصالح القياس البعدي

دراسة القاضي (٢٠١٢)

هدفت الدراسة إلى تقصي أثر وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال في تنمية التحصيل والتفكير الإبداعي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، تكونت عينة الدراسة من (٣٠) تلميذا وتلميذة من تلاميذ الصف السادس في أحد المعاهد الأزهرية. طبقت أدوات جمع البيانات المتمثلة في اختبار تحصيلي واختبار مهارات التفكير الإبداعي قبليا وبعديا، ومن النتائج التي توصلت إليها الدراسة أن الوحدة المقترحة كان لها أثر معنوي في تحصيل التلاميذ وتفكيرهم الإبداعي؛ إذ كان أداء عينة الدراسة في التطبيق البعدي أفضل من أدائهم في التطبيق القبلي، وبدلالة إحصائية في كل من التحصيل والتفكير الإبداعي.

دراسة الغانمي (٢٠١٠)

هدفت هذه الدراسة إلى التعرف على فاعلية برنامج تدريبي قائم على هندسة الفراكتال لتنمية مهارات حل المشكلات الهندسية والتفكير الرياضي والإبداعي

لدى معلمات الرياضيات بالمرحلة المتوسطة بمدينة جدة. تكونت عينة الدراسة من (٤٦) معلمة من معلمات الرياضيات في المرحلة المتوسطة، واتبعت الباحثة في هذه الدراسة المنهج شبه التجريبي، فقد تم تقسيم المعلمات إلى مجموعتين: ضابطة وتجريبية، قوام كل منهما (٢٣) معلمة، تكونت أدوات الدراسة من اختبار مهارات حل المشكلات الهندسية، واختبار مهارات التفكير الرياضي، واختبار تورانس للتفكير الإبداعي، ومن النتائج التي توصلت إليها الدراسة أن البرنامج التدريبي القائم على هندسة الفراكتال فعال في تنمية مهارات حل المشكلات والتفكير الرياضي وكذا التفكير الإبداعي، وأن الفروق في الأداء بين المجموعتين التجريبية والضابطة كانت معنوية على كل المتغيرات المشمولة في الدراسة.

دراسة البنا (٢٠٠٧)

هدفت الدراسة إلى إعداد وحدة مقترحة في الهندسة الفراكتالية لطلاب كليات التربية، ودراسة أثرها في التفكير الإبداعي والاتجاه نحو الرياضيات، تكونت عينة الدراسة من (٦٧) طالبة من طالبات - الفرقة الرابعة - رياضيات كلية البنات - جامعة عين شمس حيث تم تدريسهن الوحدة المقترحة في هندسة الفراكتال. استخدمت الباحثة التصميم التجريبي للمجموعة الواحدة ذات التطبيق (القبلي - البعدي)، واستخدمت الباحثة اختبار التفكير الإبداعي ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات. ومن النتائج التي توصلت إليها الدراسة وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في التطبيق القبلي والبعدي لصالح التطبيق البعدي في كل من اختبار التفكير الإبداعي ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات والهندسة الفراكتالية، وكان ذا حجم تأثيري كبير، وأن الوحدة المقترحة حققت فعالية مقبولة في تنمية كل من التفكير الإبداعي والاتجاه نحو الرياضيات والهندسة الفراكتالية.

دراسة على (٢٠٠٨)

هدفت الدراسة إلى إعداد وحدة في هندسة الفراكتال بمصاحبة الكتاب الإلكتروني، يمكن تضمينها في منهج الرياضيات للمرحلة الابتدائية، ودراسة فاعليتها في تنمية التحصيل ومهارات التفكير البصري والميل نحو الرياضيات،

تكونت عينة الدراسة من ٤٠ تلميذاً من الصف السادس. واستخدم الباحث اختبار تحصيلي في هندسة الفراكتال واختبار تفكير بصري، إضافة إلى المقابلة الشخصية لمعرفة التأثيرات المحتمل حدوثها في تنمية الاتجاه نحو مادة الرياضيات، ومن النتائج التي توصلت إليها الدراسة أن الوحدة المقترحة كان لها أثر معنوي في كل من التحصيل والتفكير البصري، وكذا الاتجاه نحو الرياضيات.

دراسة إبراهيم وآخريين (Abraham,et al,2008)

هدفت الدراسة إلى دراسة القيمة الجمالية للهندسة الفراكتالية من خلال المستويات المختلفة للأبعاد الفراكتالية المكونة للأشكال الفراكتالية. تكونت عينة الدراسة من ٦ تلاميذ (٥ ذكور و ١ إناث) من تلامذة المدرسة الابتدائية من الصفوف الرابع والخامس الأساسي، و ٦ طلاب (٢ ذكور و ٤ إناث) من طلبة الدراسات العليا قسم علم تقومون، أهم نتائج الدراسة أن الأبعاد الفراكتالية وتعقيد الشكل الفراكتالي لها علاقة في التباين في الأحكام الجمالية، ولم يكن للمستوى العلمي ونوع الجنس تباين في الأحكام الجمالية بشكل كبير، وإن كان هناك بعض النتائج الفردية المثيرة للاهتمام. وأن جماليات الشكل الفراكتالي تزيد كلما زاد تعقيده.

دراسة السيد (٢٠٠١)

هدفت الدراسة إلى إعداد وحدة في الهندسة الفراكتالية يمكن تضمينها في برنامج إعداد معلمي الرياضيات بكليات التربية، والبحث في مدى فعالية الوحدة المقترحة لطلاب الرياضيات بكلية التربية. اتبع التصميم التجريبي ذو المجموعة الواحدة والاختبار القبلي والبعدي، حيث اختيرت مجموعة عشوائية من طلاب وطالبات تخصص الرياضيات/ كمبيوتر بكلية التربية بجامعة السلطان قابوس، بلغت عينة البحث ٢٥ طالبا وطالبة. وتوصلت الدراسة إلى أنه يمكن إكساب الطلاب المعلمين للمعارف والمهارات المتضمنة في هندسة الفراكتال، ويستدل على ذلك من خلال ارتفاع متوسط درجات الطلاب في الاختبار التحصيلي البعدي لهندسة الفراكتال، وأن الطلاب أظهروا دافعية كبيرة نحو دراسة هندسة الفراكتال.

دراسة لانجيل (Langille,1997):

هدفت الدراسة إلى إكساب مفاهيم هندسة الفراكتال لاثني عشر فصلاً في الرياضيات، فأشارت إلى بعض الطرق التي وظفت لإكساب الطلاب للمفاهيم المتضمنة في الوحدة الدراسية. أستخدم المنهج الوصفي في جمع البيانات للدراسة، ومن بين أهم ما قدمته الدراسة هو أسئلة المقابلة مع الطلاب؛ فقد اشتملت على اكتشاف الطرق التي يبني بها الطلاب معارفهم في الفراكتالات. وقد أظهرت الدراسة أن هناك موضوعات في الفراكتالات تحتاج اهتماماً خاصاً، وقد شكلت بعض المفاهيم الأساسية لهندسة الفراكتال مثل -التشابه الذاتي - صعوبة لدى الطلاب، وكذلك اكتسبوا خبرات بصعوبة في الخصائص المميزة للفراكتالات. ومن بين ما أظهرته نتائج الدراسة أنه يجب السماح بتقديم قصص حول المواضيع المقدمة، فهندسة الفراكتال ليست موضوعاً يمكن تقديمه في أسبوعين مثلاً؛ لأن تطبيقات الموضوعات يجب أن تكون حلزونية في الطبيعة لتجيب الطلاب الغموض في بعض المفاهيم الجديدة عليهم، في هذه الوحدة.

دراسة فاك (Vacc,1992)

هدفت الدراسة إلى تقويم مدى إمكانية تدريس المفاهيم الأساسية لهندسة الفراكتال لأطفال المدرسة الابتدائية. تم تزويد المعلمين في المدارس الابتدائية والمربين بتلك المفاهيم، وتوعية المعلمين بالتطبيقات الممكنة لهندسة الفراكتال مع الأطفال، والشروع في النقاش حول مدى ملاءمتها للمناهج الدراسية في الرياضيات الابتدائية. تم عرض نشاطات في هندسة الفراكتال لاستكشاف تفكير الأطفال والفهم النسبي لوصف، وتحديد، وقياس خواص هندسة الفراكتال وعرض خاصية التشابه الذاتي في بعض المجموعات الفراكتالية. وتصلت الدراسة إلى أن المفاهيم البسيطة للهندسة الفراكتالية، يمكن تقديمها وتكون مناسبة لمنهج رياضيات المدرسة الابتدائية.

تعليق عام على الدراسات السابقة:

- كشفت الدراسات السابقة عن إمكانية تدريس هندسة الفراكتال في مختلف المراحل التعليمية.
- بينت الدراسات السابقة أن تدريس هندسة الفراكتال له أثر إيجابي في مكتسبات المتعلمين المعرفية والوجدانية.

ونظرا للتباين في واقع التعليم بين المجتمعات، ولعدم إجراء دراسة في الجمهورية اليمنية تبحث في إمكانية تضمين هندسة الفراكتال في المرحلة الثانوية وتتقصى مردودها على تنمية التفكير الإبداعي لدى طلبة المرحلة الثانوية جاءت هذه الدراسة امتداداً للدراسات السابقة في هذا المنحى بهدف تقديم مزيد من الدعم التجريبي، وهي تتميز في كونها وحدة في هندسة الفراكتال، مراعية بذلك واقع التعليم في اليمن، ومن ثمّ بحث أثرها في تنمية مهارات التفكير الإبداعي في الرياضيات.

إجراءات الدراسة :

• مجتمع الدراسة:

تكون مجتمع الدراسة من طلاب الصف الثاني الثانوي القسم العلمي بمحافظة صنعاء، حيث كان إجمالي عدد طلاب المجتمع (١١٥٦٩ طالباً و٢٨٧٣ طالبة)، موزعين على (٣٣١) مدرسة ثانوية في (١٨) منطقة تعليمية بالمحافظة.

• عينة الدراسة:

تكونت عينة الدراسة من ٣٤ طالباً وطالبة من طلاب الصف الثاني الثانوي القسم العلمي بمدرسة الفوز بمديرية نهم محافظة صنعاء.

إعداد الوحدة المقترحة في هندسة الفراكتال :

أعدت الوحدة المقترحة في هندسة الفراكتال في ضوء المفاهيم النظرية للموضوع، وبالإفادة من الدراسات السابقة في هذا المجال (ينظر بند الدراسات السابقة)، وروعي في بناء الوحدة الأسس الآتية:

١. الفئة العمرية للطلاب المستهدفين.
٢. التدرج في أنشطة التعليم والتعلم .

٣. بناء أنشطة التعلم على أساس التعلم النشط.
٤. تضمين الأنشطة التعليمية مواقف تطبيقية.
٥. تنوع الأنشطة التعليمية للطلاب لمواجهة الفروق الفردية.
٦. تنوع استراتيجيات التعليم والتعلم، وإدماج تقنية الحاسوب في تدريس الوحدة
بالإفادة من التطبيقية ذات الصلة.

مكونات الوحدة:

تكونت الوحدة من العناصر الآتية:

١. أهداف الوحدة.
 ٢. محتوى الوحدة.
 ٣. استراتيجيات التعليم والتعلم.
 ٤. الأنشطة التعليمية.
 ٥. مصادر التعلم.
- صُممت دروس الوحدة بحيث اشتمل كل درس من الدروس على أهداف الدرس،
التهيئة، أنشطة التعليم والتعلم، وأخيرا الخاتمة والتقييم. وقد اشتملت الوحدة على
عشرة مواضيع نفذت في (٢٠) حصة، وأخرجت الوحدة المقترحة في مكونين تمثل
المكون الأول في محتوى وأنشطة تعليمية تقدم للطلاب، والمكون الثاني تمثل في دليل
إرشادي للمعلم.

تحكيم الوحدة :

عُرِضت الوحدة المقترحة على محكمين للتأكد من تماسك بنائها، ومدى مناسبتها
لطلاب الصف الثاني الثانوي، وفي ضوء آراء المحكمين أجريت التعديلات وأخرجت
الوحدة في صورتها النهائية، الملحق (١).

وبهذا تكون الدراسة قد أجابت على السؤال الأول من أسئلة الدراسة.

أداة الدراسة :

استخدم في هذه الدراسة اختبار جاهز للتفكير الإبداعي من إعداد د. محمود
منسي أستاذ علم النفس التربوي - كلية التربية - جامعة الإسكندرية، والاختبار

يتكون من خمسة أسئلة، وهو يتمتع بخصائص قياسية مناسبة استخرجت من تطبيقه على عينة من طلب المرحلة الثانوي في البيئة المصرية (منسي ٢٠٠٨). وللتعرف على مدى ملائمة الاختبار لطلبة الصف الثاني الثانوي في اليمن اعتمدت الدراسة رأي الخبراء في ذلك، حيث أكد الخبراء على مناسبة الاختبار لطلبة الصف الثاني الثانوي، ومن ثم عملت الدراسة على استخراج مؤشرات صدق وثبات الاختبار في البيئة اليمنية.

مؤشرات الصدق في البيئة اليمنية:

بالإضافة إلى صدق المحتوى من خلال التحكيم تم التحقق من صدق البناء من خلال مؤشر الاتساق الداخلي للاختبار عن طريق حساب معامل الارتباط بين درجة السؤال في كل من: الطلاقة، المرونة، الأصالة لأفراد العينة الاستطلاعية ودرجاتهم على الاختبار في البعد الذي تنتمي إليه تلك الدرجة (الطلاقة، المرونة، الأصالة)، كما حُسب معامل ارتباط الأبعاد مع بعضها البعض وبالدرجة الكلية وتراوحت معاملات الارتباط بين (٠.٧٥، ٠.٨٢)، وهي قيم جيدة لغرض هذه الدراسة.

مؤشرات الثبات على البيئة اليمنية:

تحققت الدراسة من ثبات التجانس من خلال حساب معامل الفا كرونباخ، وكانت قيمته (٠.٨٧)، وكذا ثبات التصحيح من خلال إعادة تصحيح (٢٠) ورقة من أوراق الإجابة بعد فاصل زمني مناسب، وحسب معامل ارتباط بيرسون، فكان (0.99) وهي قيمة عالية.

المعالجة الإحصائية:

بعد التحقق من اعتدالية البيانات باستخدام اختبار Shapiro-Wilk استخدمت الوسائل الإحصائية الآتية؛ واستعان في تنفيذها بالبرنامج الإحصائي SPSS:

- ✓ اختبار (t) لعينتين مترابطتين، واستخدم لاختبار الفرق بين أداء أفراد المجموعة التجريبية على اختبار التفكير الإبداعي القبلي والبعدي، وعلى كل بعد من أبعاده المحددة للدراسة: الطلاقة، المرونة، الأصالة.
- ✓ تحليل التباين للقياسات المتكررة لاختبار فيما إذا كانت الوحدة التجريبية تنمي مهارات التفكير بالمعدل نفسه.

نتائج الدراسة:

النتائج المتعلقة بالفرضيتين الأولى والثانية التي تنص على:

1. توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha=0.05$) بين أداء أفراد المجموعة التجريبية في اختبار التفكير الإبداعي في تطبيقه قليلاً وبعدياً، وفي كل مهارة من مهاراته المدروسة: الطلاقة والمرونة والأصالة، ولصالح التطبيق البعدي.
2. يتحقق حجم تأثير تربوي لاستخدام الوحدة المقترحة على التفكير الإبداعي ككل وعلى كل مهارة من مهاراته على حده لدى طلاب عينة الدراسة. لاختبار الفرضيتين السابقتين حسبت الإحصائيات الآتية لأداء أفراد العينة على اختبار التفكير الإبداعي في التطبيقين القبلي والبعدي :

جدول (١) : إحصاء العينة في التطبيقين القبلي والبعدي على اختبار التفكير الإبداعي

| نسبة الزيادة في المتوسطات | الانحراف المعياري | المتوسط | العدد | الاختبار | |
|---------------------------|-------------------|---------|-------|----------|---------|
| | | | | قبلي | بعدي |
| 33% | 19.44 | 39.94 | 34 | قبلي | الطلاقة |
| | 21.53 | 72.76 | 34 | بعدي | |
| 22% | 11.50 | 25.03 | 34 | قبلي | المرونة |
| | 17.92 | 47.32 | 34 | بعدي | |
| 28% | 12.07 | 25.15 | 34 | قبلي | الأصالة |
| | 19.19 | 53.09 | 34 | بعدي | |
| 27% | 42.34 | 90.06 | 34 | قبلي | المجموع |
| | 56.67 | 172.18 | 34 | بعدي | |

جدول (٢) : اختبار (t) لدلالة الفروق بين متوسطي درجات أفراد العينة في التطبيق القبلي

والبعدي لاختبار التفكير الإبداعي

| مقدار حجم الأثر | قيمة حجم الأثر | مستوى الدلالة | درجة الحرية | قيمة t | الفرق بين الأداء القبلي والبعدي | | مهارات الاختبار |
|-----------------|----------------|---------------|-------------|--------|---------------------------------|-------------------|-----------------|
| | | | | | المتوسط | الانحراف المعياري | |
| كبير | 0.75 | .000 | 33 | 9.98 | 32.82 | 19.16 | الطلاقة |
| كبير | 0.72 | .000 | 33 | 9.21 | 22.29 | 14.10 | المرونة |
| كبير | 0.76 | .000 | 33 | 10.26 | 27.94 | 15.88 | الأصالة |
| كبير | 0.75 | .000 | 33 | 9.99 | 82.11 | 47.88 | المجموع |

يتبين من الجدول (١) والجدول (٢) :

١. أن هناك فروقاً ذات دلالة إحصائية عند مستوى أقل من (0.01) بين متوسطي درجات الطلاب في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار التفكير الإبداعي ككل وما يتضمنه من مهارات فرعية لصالح التطبيق البعدي، وبهذا يتم قبل الفرضية الأولى.

٢. أسهمت الوحدة المقترحة في تفسير ٧٥٪ من التباين الكلي في أداء أفراد العينة على اختبار التفكير الإبداعي بين التطبيق القبلي والتطبيق البعدي وفسرت ما نسبته (٧٥٪، ٧٢٪، ٧٦٪) من التباين في الأداء على مهارات التفكير الإبداعي (الطلاقة، المرونة، الأصالة) على الترتيب وهذه القيم تدل على مقدار حجم الأثر للوحدة المقترحة كبير، وبهذا تكون الوحدة المقترحة لها حجم تأثير تربوي في التفكير الإبداعي ككل، وعلى كل مهارة من مهاراته، وعليه تقبل الفرضية الثانية.

النتائج المتصلة بالفرضية الثالثة:

لاختبار الفرضية الثالثة الذي تنص على أن "الوحدة التجريبية تنمي كل مهارة من مهارات التفكير الإبداعي المدروسة (الطلاقة، المرونة، الأصالة) بالمعدل نفسه لدى طلاب عينة الدراسة".

حُسبت درجة الكسب لكل فرد من أفراد العينة ممثلة في الفرق بين درجته القبلي والبعدي وذلك بالنسبة لكل مهارة من مهارات التفكير الإبداعي، والجدول (٣) يبين تلك النتائج :

جدول (٣): متوسط الكسب لكل مهارة من مهارات التفكير الإبداعي

| الانحراف المعياري | متوسط الكسب | العدد | المهارة |
|-------------------|-------------|-------|---------|
| 19.165 | 32.82 | 34 | الطلاقة |
| 14.103 | 22.29 | 34 | المرونة |
| 15.878 | 27.94 | 34 | الأصالة |

استخدم تحليل التباين للقياسات المتكررة لاختبار دلالة الفروق بين متوسطات الكسب بحسب نوع المهارة.

جدول (٤): تحليل التباين للقياسات المتكررة لاختبار الفروق في النمو الحاصل في أبعاد

التفكير الإبداعي

| الدلالة الإحصائية | قيمة F | متوسط المربعات | درجات الحرية | مجموع المربعات | مصدر التباين |
|-------------------|--------|----------------|--------------|----------------|----------------|
| .035 | 3.46 | 944.04 | 2 | 1888.08 | بين المجموعات |
| | | 272.77 | 99 | 27003.88 | داخل المجموعات |
| | | | 101 | 28891.96 | المجموع |

من الجدول (٤) يتبين أن القيمة المحسوبة (3.46)، وهذه القيمة دالة إحصائياً عند مستوى دلالة أصغر من (0.05). ولمعرفة اتجاه الفروق استخدم اختبار أصغر فرق معنوي (LSD) كما في الجدول التالي:

الجدول (٥): اختبار أصغر فرق معنوي (LSD) للمقارنات المتعددة لمتوسط الكسب

| الدلالة الإحصائية | Mean Difference (I-J) | المهارة (J) | المهارة (I) |
|-------------------|-----------------------|-------------|-------------|
| .010 | 10.53 | المرونة | الطلاقة |
| .226 | 4.88 | الأصالة | |
| .162 | -5.65 | الأصالة | المرونة |

يتبين من الجدول (٤) والجدول (٣) أن الوحدة المقترحة عملت على تنمية مهارة الطلاقة بمعدل أعلى من مهارة المرونة، في حين كان النمو للمهارتين الأخيرتين (الأصالة والمرونة) بالمعدل نفسه.

مناقشة النتائج وتفسيرها:

يمكن تلخيص النتائج التي توصلت إليها الدراسة في الآتي:

١. فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية التفكير الإبداعي لدى طلاب الصف الثاني الثانوي.
٢. ساهمت الوحدة المقترحة في تنمية مهارات الطلاقة بمعدل أعلى من مهارة المرونة، في حين كان النمو لمهارتي الأصالة والمرونة بالمعدل نفسه.

ويمكن أن تعزى النتائج السابقة إلى ما تتميز به هندسة الفراكتال عموماً من خصائص، وما تتضمنه من أفكار تستثير الخيال وقوة التصور، فضلاً عن ارتباطها بالطبيعة والخيال، وكذا إلى طبيعة الأنشطة التي تضمنتها الوحدة المقترحة وإلى استراتيجيات التعليم والتعلم التي أتاحت الفرصة للطلاب أن يكونوا نشطين في الموقف التعليمي ويستتجون خصائص الأشكال وتصنيفها، وما أتاحتها من فرص لتشيط خيال المتعلمين وتصوراتهم من خلال التنبؤ بالشكل بعد تقسيمه، ناهيك عن حث المتعلمين لتوليد المزيد من الأشكال ناهيك عن جو المتعة التي تضمنتها دروس الوحدة، بالإضافة إلى أن الوحدة المقترحة جذبت انتباه المتعلمين وعرفتهم على كيفية ربط الرياضيات بالطبيعة من حولهم، وإمكانية تكوين الأشكال والصور بشكل جذاب وجميل، وبهذا فتحت أذهانهم ووجدانهم إلى جمال الرياضيات وإبداعها، وهذا كله أسهم بدور كبير في تنمية التفكير الإبداعي بمهاراته المختلفة لدى المتعلمين حيث إن الإبداع ينمو في جو تعليمي يتيح مثل تلك الفرص. ولعل نمو مهارة الطلاقة بمعدل أعلى من مهارة المرونة يرجع إلى طبيعة هندسة الفراكتال التي تتصف بتوليد كثير من الأشكال المتشابهة من الشكل الأصلي.

وتتفق نتائج هذه الدراسة مع نتائج الدراسة السابقة التي أظهرت أن تدريس هندسة الفراكتال له أثر إيجابي في تنمية التفكير الإبداعي مثل دراسة القاضي (٢٠١٢)، ودراسة النفيش (٢٠١٢) ودراسة الغانمي (٢٠١٠) ودراسة البناء (٢٠٠٧)، كما تتفق نتائج هذه الدراسة مع دراسة صبري (٢٠١٢) ودراسة علي (٢٠٠٨) من حيث الأثر الإيجابي لهندسة الفراكتال في تنمية الحس المكاني والتفكير البصر.

التوصيات والمقترحات :

أولاً التوصيات :

في ضوء نتائج الدراسة يوصي الباحث بما يلي:

١. تضمين هندسة الفراكتال في مناهج الرياضيات المدرسية في التعليم العام وبصورة متدرجة.

٢. تضمين هندسة الفراكتال في برامج إعداد المعلمين. وتدريبهم على تدريسها باستخدام مداخل تدريسية حديثة بما في ذلك استخدام التطبيقات الحاسوبية نظرا لارتباط هندسة الفراكتال بالتطبيقات الحاسوبية.
٣. عقد دورات تدريبية للمعلمين في مواضيع هندسة الفراكتال وأساليب تدريسها.

ثانياً المقترحات

في ضوء هذه الدراسة يمكن اقتراح الدراسات الآتية:

١. دراسة أثر وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال على تنمية مهارات التفكير الإبداعي وتنمية الاتجاهات نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الأساسية.
٢. دراسات حول فاعلية استخدام استراتيجيات تدريسية معززة باستخدام برامج حاسوبية في تدريس هندسة الفراكتال في تنمية مهارات التفكير الإبداعي وتنمية مهارات التفكير البصري لدى طلاب المرحلتين الأساسية والثانوية، وكذا طلبة كلية التربية تخصص تدريس رياضيات.
٣. دراسة فعالية وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال لطلاب كلية التربية وأثرها على التفكير الهندسي والاتجاه نحو الرياضيات.
٤. دراسات حول أثر تدريس هندسة الفراكتال في الاتجاهات نحو مادة الرياضيات.

المراجع :

١. أبو النصر، مدحت (٢٠٠٩). *التفكير الابتكاري والإبداعي طريقك إلى التميز والنجاح*، ط٢، القاهرة: المجموعة العربية للتدريب والنشر.
٢. أبو حطب، فؤاد & محمود، عبد الحليم (١٩٩٦). *علم النفس فهم السلوك الإنساني وتنميته*. القاهرة: دار التعاون للطبع والنشر.
٣. أبو عميرة، محبات (٢٠٠٢). *الإبداع في تعليم الرياضيات*، الرياضيات التربوية (٦)، القاهرة: مكتبة الدار العربية للكتاب.
٤. أبو لوم، خالد (٢٠٠٧). *الهندسة طرق واستراتيجيات تدريسها*، ط٢، عمان: دار المسيرة.

٥. البنا، مكة (٢٠٠٧). فعالية وحدة مقترحة في الهندسة الكسورية (الفراكتال) لطلاب كلية التربية وأثرها على التفكير الإبداعي والاتجاه نحو الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، **المؤتمر العلمي السابع الرياضيات للجميع** ١٧ - ١٨ يوليو.
٦. جروان، فتحي عبد الرحمن (١٩٩٩). **تعليم التفكير - مفاهيم وتطبيقات**، ط١، أبو ظبي: دار الكتاب الجامعي.
٧. جروان، فتحي عبد الرحمن (١٩٩٨). **الموهبة والتفوق والإبداع**، ط١. العين، الإمارات: دار الكتاب الجامعي.
٨. جروان، فتحي عبد الرحمن (٢٠٠٢). **الإبداع**. ط١. عمان: درا الفكر.
٩. الحارثي، إبراهيم محمد أحمد مسلم (١٩٩٩). **تعليم التفكير**، الرياض: مدارس الرواد.
١٠. حبيب، مجدي عبد الكريم (١٩٩٦). **التفكير الأسس النظرية والاستراتيجيات**، القاهرة: مكتبة النهضة المصرية.
١١. الحيلة، محمد (ب) (٢٠٠٢). **تكنولوجيا التعليم من أجل تنمية التفكير بين القول والممارسة**، ط١، عمان: دار المسيرة.
١٢. خضر، نظة (٢٠٠٤). **معلم الرياضيات والتجديدات الرياضية هندسة الفراكتال وتنمية الابتكار التدريسي لعلم الرياضيات**، ط١، القاهرة: عالم الكتب.
١٣. رشوان، حسن عبد الحميد (٢٠٠٠). **الأسس النفسية والاجتماعية للابتكار دراسة في علم الاجتماع النفسي**، الإسكندرية: المكتب الجامعي الحديث.
١٤. رمل (٢٠١٠). فعالية الأنشطة الإثرائية في تنمية التفكير الإبداعي والتحصيل الدراسي في مادة الرياضيات لدى تلميذات الصف الخامس الابتدائي الموهوبات بالمدارس الحكومية في مدينة مكة المكرمة، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية — جامعة أم القرى.
١٥. السعيد، رضا مسعد (١٩٩٨). "تنمية بعض مهارات التدريس الإبداعي لدى طالبات قسم الرياضيات بكلية التربية للبنات بالسعودية"، **مجلة البحوث النفسية والتربوية**، كلية التربية، جامعة المنوفية، العدد الثاني.

١٦. السيد، رضوان أبو علوان (٢٠٠١). فعالية وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال Fractal geometry لطلاب الرياضيات بكلية التربية، *مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس*، العدد ٧٢، كلية التربية، جامعة عين شمس.
١٧. السيد، رضوان أبو علوان (٢٠٠٤). هندسة الفراكتال Fractal Geometry البعد الغائب من الرياضيات المدرسية، ندوة "رؤية جديدة في تعليم وتعلم الرياضيات وتطبيقاتها في الاقتصاد والإدارة"، مسقط، ٥ - ٨ ديسمبر.
١٨. السيد، رضوان أبو علوان (٢٠٠٥). تضمين هندسة الفراكتال Fractal Geometry في الرياضيات المدرسية، *المؤتمر العلمي الخامس، التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، كلية التربية، جامعة بنها، ٢٠ - ٢١ يوليو.
١٩. شواهين، خير (٢٠٠٥). *تنمية مهارات التفكير في تعلم العلوم*، ط ٢، عمان: دار المسيرة.
٢٠. شواهين، خير؛ بدندي، شهرزاد؛ بدندي، تغريد (٢٠٠٩). *تنمية التفكير الإبداعي في العلوم والرياضيات باستخدام الخيال العلمي*، ط ١، عمان: دار المسيرة.
٢١. صبرا، رمضان؛ وآخرون (٢٠٠٧). *الرياضيات العامة*، ط ٢، عمان: دار المناهج.
٢٢. صبري، رشا السيد (٢٠١٢).
- فاعلية برنامج مقترح في هندسة الفراكتال باستخدام السبورة التفاعلية في تنمية بعض مهارا
ات الحسالمكانيومهاراات استخدام السبورة التفاعلية لدى طلابالدراسات العليا بكلياتالتر
بية. *مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس*، العدد ٢٨ (٣)، ١١ - ٦٦.
- صقر، مجمد عادل محمد (٢٠١٢).
- فاعلية تدريس وحدة لهندسة الفراكتال باستخدام الكمبيوتر في تنمية التحصيل وبعضها
راتالتفكير التخيليلدى طلابالصفالأولالثانوي، *رسالة ماجستير*، جامعة حلوان، مصر.
٢٣. طه، فرج عبد القادر (١٩٩٣). *موسوعة علم النفس والتحليل النفسي. القاهرة*:
مكتب النهضة المصرية.
٢٤. عبد الغفار، عبد السلام (١٩٩٧). *التفوق العلمي والابتكار*. ط ٢. القاهرة: دار
النهضة العربية.

٢٥. علي، وائل عبدالله محمد (٢٠٠٨). فاعلية وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال Fractal Geometry باستخدام الكمبيوتر في تنمية مهارات التفكير البصري والميل نحو الرياضيات الديناميكية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، *مجلة تربويات الرياضيات*، المجلد الحادي عشر، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، كلية التربية، جامعة بنها، يوليو.
٢٦. عيسى، حسن احمد (١٩٩٣). *سيكولوجية الإبداع بين النظرية والتطبيق*، القاهرة: المركز الثقافي في الشرق الأوسط.
٢٧. الغانمي، وثام محمد حمد (٢٠١٠). فاعلية برنامج تدريبي قائم على هندسة الفراكتال لتنمية مهارات حل المشكلات الهندسية والتفكير الرياضي والإبداعي لدى معلمات الرياضيات بالمرحلة المتوسطة بمدينة جده، *رسالة ماجستير غير منشورة*، جدة - كلية التربية للبنات - جامعة الملك عبدالعزيز.
٢٨. القاضي، وليد صابر إبراهيم (٢٠١٢). فاعلية تدريس وحدة مقترحة قائمة على هندسة الفراكتال في تنمية التحصيل والتفكير الإبداعي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، *رسالة ماجستير*، جامعة المنوفية، مصر.
٢٩. المفتي، محمد امين (١٩٩٥). *قراءات في تعليم الرياضيات*، القاهرة: مكتبة الانجلو المصرية.
٣٠. منسي، محمود (٢٠٠٨). *الإبداع والموهبة في التعليم العام*، ط١، الإسكندرية: دار المعرفة الجامعية.
٣١. موافى، سوسن محمد عزالدين (٢٠٠٤). أثر تدريس بعض موضوعات هندسة الفتافيت (الفراكتالات) باستخدام اللوحة الهندسية على تنمية التحصيل والتفكير الهندسي لدى تلميذات الصف الثالث المتوسط، *مجلة البحوث النفسية والتربوية*، كلية التربية، جامعة المنوفية، ص٢٥٠ - ص٢٩٣.
٣٢. النفيش، تقيّة حزام ناصر (٢٠١٢). فاعلية استراتيجية مقترحة متضمنة برنامج GSP لتدريس الفراكتال لطلبة كلية التربية في تنمية مهارات الإبداع والتفكير المنظومي وبقاء اثر التعلم، *اطروحة دكتوراه*، جامعة أسيوط.

٣٣. نمر، سها توفيق محمد (٢٠٠٦). فاعلية وحدة بنائية مقترحة في هندسة الفراكتال بمصاحبة الكتاب الالكتروني في تنمية بعض مستويات التفكير الرياضي الخاص به لدى طلاب كلية التربية، *رسالة ماجستير*، كلية التربية، جامعة عين شمس، مصر.

٣٤. هلال، محمد عبدالغني (١٩٩٧). *علم النفس التربوي*، ط٢، عمان: دار الفرقان.
35. Barton, Christopher C. & Pointe, Paul R. (1995). *Fractals in the Earth Sciences*. [www.Books. Google.com](http://www.Books.Google.com).
36. Chen, A. et al. (2009). *Computability of Julia Sats*, Berlin: Springer Verlag.
37. Davis, Brent & et al. (2000). Curriculum forms: on the Assumed Shaped of Knowing and Knowledge. *Journal of curriculum Studies*, V(32), No 6.
38. Edger, G. (2008). *Measure, Topology and Fractal Geometry*, Second Edition, New York.
39. Hagerhall, Caroline. (2005). *Fractal Dimension as a Tool for Defining and Measuring Naturalness*, Ashland, OH, US: H j ogrefe & Huber Publishers.
40. Hartvigsen, Gregg. (2000). The Analysis of leaf Shape Using Fractal Geometry. *The American Biology Teacher*, Vol(62), No 9, November/ December.
41. Kaur, L. (2000). *Faster Generation of Algebraic Fractals*. Msc, thapar institute of Engineering and technology, deemed University, India.
42. Liebovitch, Larry S. (1998). *Fractals and Chaos, Simplified for the life Sciences*. New York: OXFOD UNIVERSETY PRESS.
43. Lornell, R & Westerberg, J. (1999). *Fractals in High school*. Exploring a New Germany, *The Mathematics Teacher*, V92, N3, PP260-265.
44. Lrngille, Michael W. (1996). studying student's Sense Making of Fractal Geometry, Thesis submitted in Partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science in the faculty of education .Simon Fraser University. *IR.IB.SFU.C*

45. Mandelbort, Benoit & Frame, Michael.(2002). *Fractal Graphics, and Mathematics Education*. The Mathematical Association of America.
46. Mandelbrot, Benoit & et al.(2007). *Fractal Geometry*, Yale University, Online, Retrieved on October 16, 2010, Available from [URL:http://classes.yale.edu/fractals](http://classes.yale.edu/fractals).
47. Naylor, M. (1999).Exploring Fractals in the Classroom. *Mathematics Teacher*,92(4)k369- 364.
48. Newton, Robin.(2008). Conference introduces the Geometry of Nature, *Math Science Innovation Center*.MSINNOVATION.INFO.
49. Paul, John.(2003). Fractals, MEMS, and FSS Electromagnetic Devices, Miniaturization and Multiple Resonances, PhD, University of California Los Angeles, *Dis.Abs.Int.*, V65,N(AA13121200),P919.
50. pringerScience.Falconer,k.(2003). *Fractal Geometry* Second Edition, UK: John Wile& Sons Ltd.
51. Rouvray, H. Dennis(1996).The Geometry of Nature. *Endeavour*, Volume20, Issue2.p79-85.*SCIENCE DIRECT*.
52. Torrance, (1972). *Rewarding Creative Thinking In The Classroom*, *Prentice- Hall Inc*, Englewood Cliffs, N.S.
53. Vacc, Nancy.(1992). Fractal geometry in Elementary School Mathematics, *journal of mathematical behavior*, V11, N 3,PP279-289.
54. Westocott, A.(1998).*Creative Teaching of Mathematics in Elementary School*.2and (ED) Boston: allyn& Bacon, Inc.

